Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Основы дискретной математики

Курсовая работа. Часть №1

Синтез комбинационных схем

Вариант №99

Выполнил: студент группы P3108 Васильев Никита

Проверил: Поляков Владимир Иванович, доцент факультета ПИиКТ, кандидат технических наук

Санкт-Петербург 2023

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Условия, при которых**  **f=1** | **Условия, при которых**  **f=d** |
| **99** |  |  |

# Таблица истинности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x1x2x4 | (x1x2x4­)10 | x3x5 | (x3x5)10 | |-| | F |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 000 | 0 | 00 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 000 | 0 | 01 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 001 | 1 | 00 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 001 | 1 | 01 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 000 | 0 | 10 | 2 | 2 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 000 | 0 | 11 | 3 | 3 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 001 | 1 | 10 | 2 | 1 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 001 | 1 | 11 | 3 | 2 | 1 |
| 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 010 | 2 | 00 | 0 | 2 | 1 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 010 | 2 | 01 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 011 | 3 | 00 | 0 | 3 | 0 |
| 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 011 | 3 | 01 | 1 | 2 | 1 |
| 13 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 010 | 2 | 10 | 2 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 010 | 2 | 11 | 3 | 1 | 1 |
| 15 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 011 | 3 | 10 | 2 | 1 | 1 |
| 16 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 011 | 3 | 11 | 3 | 0 | 0 |
| 17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 4 | 00 | 0 | 4 | D |
| 18 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 100 | 4 | 01 | 1 | 3 | 0 |
| 19 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 101 | 5 | 00 | 0 | 5 | 0 |
| 20 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 101 | 5 | 01 | 1 | 4 | D |
| 21 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 100 | 4 | 10 | 2 | 2 | 1 |
| 22 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 100 | 4 | 11 | 3 | 1 | 1 |
| 23 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 101 | 5 | 10 | 2 | 3 | 0 |
| 24 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 101 | 5 | 11 | 3 | 2 | 1 |
| 25 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 110 | 6 | 00 | 0 | 6 | 0 |
| 26 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 110 | 6 | 01 | 1 | 5 | 0 |
| 27 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 111 | 7 | 00 | 0 | 7 | 0 |
| 28 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 111 | 7 | 01 | 1 | 6 | 0 |
| 29 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 110 | 6 | 10 | 2 | 4 | D |
| 30 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 110 | 6 | 11 | 3 | 3 | 0 |
| 31 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 111 | 7 | 10 | 2 | 5 | 0 |
| 32 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 111 | 7 | 11 | 3 | 4 | D |

# Представление булевой функции в аналитическом виде

КДНФ:

ККНФ:

# Минимизация методом Квайна-Мак-Класки

## Нахождение простых импликант

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **K0(*f*)∪N(*f*)** | | **№** | **K1(*f*)** | | | **№** | **K2(*f*) = ∅** | | **№** | **Z(*f*)** |
| 1 | 00001 | ν | 1 | 0X001 | 1-7 |  | - | - | - | 1 | 0X001 |
| 2 | 00010 | ν | 2 | 00X10 | 2-4 |  |  |  |  | 2 | 00X10 |
| 3 | 00100 | ν | 3 | 001X0 | 3-4 |  |  |  |  | 3 | 001X0 |
| 4 | 00110 | ν | 4 | X0100 | 3-13 |  |  |  |  | 4 | X0100 |
| 5 | 00111 | ν | 5 | 0011X | 4-5 |  |  |  |  | 5 | 0011X |
| 6 | 01000 | ν | 6 | 0X110 | 4-10 |  |  |  |  | 6 | 0X110 |
| 7 | 01001 | ν | 7 | X0111 | 5-15 |  |  |  |  | 7 | X0111 |
| 8 | 01011 | ν | 8 | 0100X | 6-7 |  |  |  |  | 8 | 0100X |
| 9 | 01101 | ν | 9 | 010X1 | 7-8 |  |  |  |  | 9 | 010X1 |
| 10 | 01110 | ν | 10 | 01X01 | 7-9 |  |  |  |  | 10 | 01X01 |
| 11 | 10000 | ν | 11 | 10X00 | 11-13 |  |  |  |  | 11 | 10X00 |
| 12 | 10011 | ν | 12 | 10X11 | 12-15 |  |  |  |  | 12 | 10X11 |
| 13 | 10100 | ν | 13 | 1010X | 13-14 |  |  |  |  | 13 | 1010X |
| 14 | 10101 | ν | 14 | 1X100 | 13-16 |  |  |  |  | 14 | 1X100 |
| 15 | 10111 | ν | 15 | 101X1 | 14-15 |  |  |  |  | 15 | 101X1 |
| 16 | 11100 | ν | 16 | 1X111 | 15-17 |  |  |  |  | 16 | 1X111 |
| 17 | 11111 | ν |  |  |  | |  |  |  |  |  |

## Составление импликантной таблицы

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простые импликанты (максимальные кубы) | 0-кубы | | | | | | | | | | | | |
| 00001 | 00010 | 00100 | 00110 | 00111 | 01000 | 01001 | 01011 | 01101 | 01110 | 10100 | 10101 | 10111 |
| 0X001 | **\*** |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |
| 00X10 |  | \* |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 001X0 |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| X0100 |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |
| 0011X |  |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 0X110 |  |  |  | \* |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |
| X0111 |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  | \* |
| 0100X |  |  |  |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |
| 010X1 |  |  |  |  |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |
| 01X01 |  |  |  |  |  |  | \* |  | \* |  |  |  |  |
| 10X00 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |
| 10X11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |
| 1010X |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* |  |
| 1X100 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |
| 101X1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* |
| 1X111 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |

## Определение существенных импликант

Импликанты 1, 2, 6, 8, 9, 10 – существенные, так как они покрывают вершины 1, 2, 6, 8, 9 и 10 соответственно, не покрытые другими импликантами. Вычеркнем из таблицы строки, соответствующие этим импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами. Это вершины 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16 и 17. В результате получаем упрощенную импликантную таблицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Простые импликанты (максимальные кубы) | | 0-кубы | | | | |
| 00100 | 00111 | 10100 | 10101 | 10111 |
| a | b | c | d | e |
| 001X0 | A | \* |  |  |  |  |
| X0100 | B | \* |  | \* |  |  |
| 0011X | C |  | \* |  |  |  |
| X0111 | D |  | \* |  |  | \* |
| 10X00 | E |  |  | \* |  |  |
| 10X11 | F |  |  |  |  | \* |
| 1010X | G |  |  | \* | \* |  |
| 1X100 | H |  |  | \* |  |  |
| 101X1 | I |  |  |  | \* | \* |
| 1X111 | J |  |  |  |  | \* |

Множество существенных импликант (максимальных кубов) образует ядро покрытия как его обязательную часть:

## Определение минимального покрытия

Выпишем булево выражение Y, определяющее условие покрытия всех 0-кубов (существенных вершин), не покрываемых существенными импликантами.

Применим закон поглощения к дизъюнктивным термам, в результате чего в выражении остаются только двухбуквенные термы.

Выполняя операции попарного логического умножения применительно к термам, содержащим одинаковые буквы, с последующим применением закона поглощения, приведем исходную конъюнктивную форму Y к дизъюнктивной.

Минимальными являются покрытия 7, 11, 12 и 13

МДНФ:

# Минимизация на картах Карно

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | | |
| x2x3 |  | | **00** | **01** | **11** | **10** |
| **00** | | d | 0 | d | 0 |
| **01** | | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **11** | | d | 0 | d | 0 |
| **10** | | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  | | x1 = 1 | | | | |

## Определение МДНФ

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | | |
| x2x3 |  | | **00** | **01** | **11** | **10** |
| **00** | | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **01** | | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **11** | | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **10** | | 1 | 1 | 1 | 0 |
|  | | x1 = 0 | | | | |

МДНФ:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | | |
| x2x3 |  | | **00** | **01** | **11** | **10** |
| **00** | | d | 0 | d | 0 |
| **01** | | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **11** | | d | 0 | d | 0 |
| **10** | | 0 | 0 | 0 | 0 |
|  | | x1 = 1 | | | | |

## Определение МКНФ

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | x4x5 | | | | | |
| x2x3 |  | | **00** | **01** | **11** | **10** |
| **00** | | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **01** | | 1 | 0 | 1 | 1 |
| **11** | | 0 | 1 | 0 | 1 |
| **10** | | 1 | 1 | 1 | 0 |
|  | | x1 = 0 | | | | |
|  | |  | | | | |

МКНФ:

# Преобразование минимальных форм булевой функции

## Факторное преобразование для МДНФ

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Решим задачу декомпозиции применительно к полученной форме. Для этого введем вспомогательную функцию.

Инверсия этой функции имеет вид

## Факторное преобразование для МКДФ

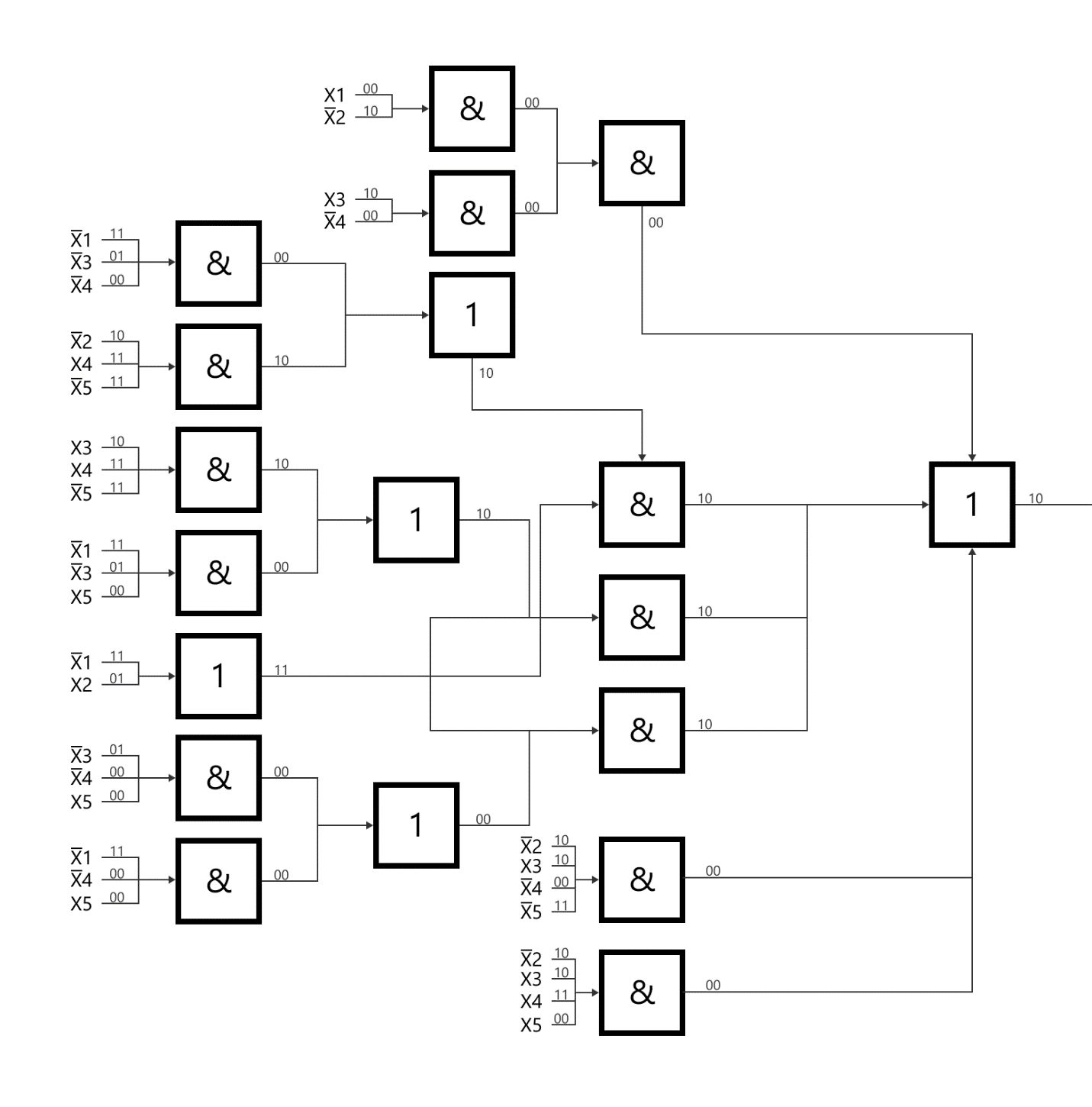
|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Решим задачу декомпозиции применительно к полученной форме. Для этого введем вспомогательную функцию.

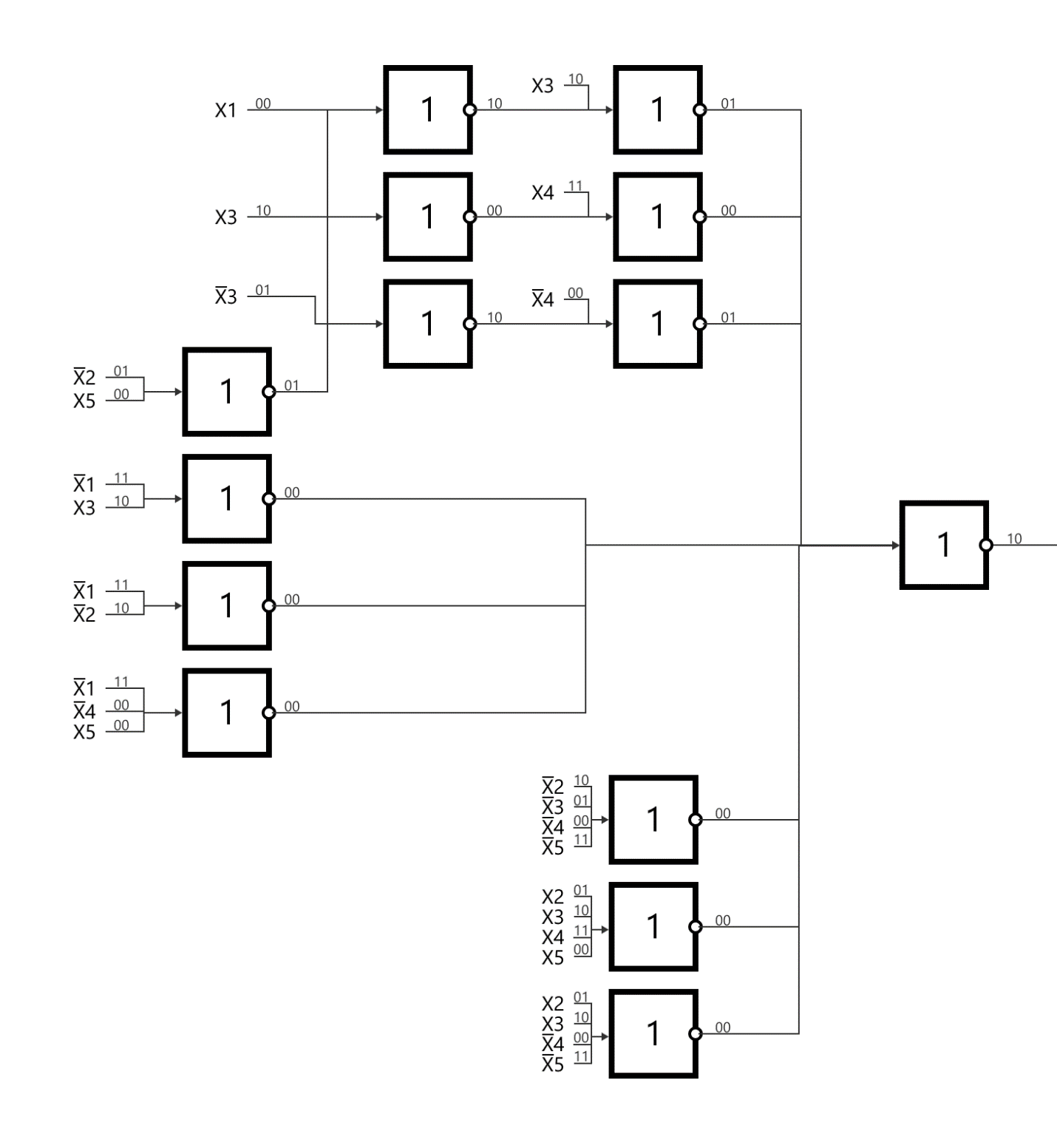
Инверсия этой функции имеет вид

# Синтез схем

## Синтез комбинационных схем в булевом базисе



## Синтез комбинационных схем в универсальном базисе ИЛИ-НЕ



## Синтез комбинационных схем в универсальном базисе И-НЕ, 2 входа

# Анализ схем

Анализ произведен на наборах: